

צ'פון אפונות אלוניס

$$x_0 \text{-א צ'פון } f \iff \begin{cases} x_0 \in X \\ \exists N \ni \text{עם } x_0 \text{-א צ'פון } f_n \\ f_n \xrightarrow{pNA} f \end{cases} \leftarrow \text{Coen}$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) \forall n > N(\epsilon) \forall x \in X |f_n(x) - f(x)| < \epsilon/3 \iff f_n \xrightarrow{pNA} f \quad \text{הוכחה}$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall (x_1, x_2) : |x_1 - x_2| < \delta \Rightarrow |f_{N(\epsilon)+1}(x_1) - f_{N(\epsilon)+1}(x_2)| < \epsilon/3 \iff x_0 \text{-א צ'פון } f_{N(\epsilon)+1}$$

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| \leq |f(x) - f_{N(\epsilon)+1}(x)| + |f_{N(\epsilon)+1}(x) - f_{N(\epsilon)+1}(x_0)| + |f_{N(\epsilon)+1}(x_0) - f(x_0)| < \epsilon/3 + \epsilon/3 + \epsilon/3 = \epsilon$$

□

$$f \text{ צ'פון} \iff \begin{cases} \exists n \text{ עם } f \text{ צ'פון } f_n \\ f_n \xrightarrow{pNA} f \end{cases} \quad \text{נקודה}$$

מסכום
pNA
 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$

$$\iff \begin{cases} X = [a, b] \text{ עם } N \ni \text{עם } f_n(x) \geq 0 \quad \text{Dini Coen} \\ N \ni \text{עם } f_n \text{ צ'פון} \\ \sum_{n=1}^{\infty} f_n \text{ אור מסכום מקוריתית } f(x) \\ F \text{ פונקציה צ'פון} \end{cases}$$

$$F(x) - F_n(x) \equiv R_n(x) \quad \text{נסמן את סכום מסק'י א- } \sum_{r=1}^n f_r(x) \equiv F_n(x) \quad \text{ואות השארת א- } R_n(x) \quad \text{הוכחה}$$

$$\textcircled{1} \dots \dots \dots R_n \text{ צ'פון} \iff F \text{ צ'פון}$$

$$x \text{ עם } f_n(x) \geq 0 \iff \text{סדרה } (F_n(x)) \text{ מונטונית לא יורדת עם } x$$

$$\textcircled{2} \dots \dots \dots R_n(x) \text{ מונטונית לא עולה עם } x \iff$$

$$\textcircled{3} \dots \dots \dots [a, b] \ni x \text{ עם } R_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \iff F_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} F(x) \quad \text{עם } x \text{ (קורנרית)}$$

$$\exists \epsilon > 0 \forall N \exists n > N \exists x \in X : |F_n(x) - F(x)| \geq \epsilon \iff f_n \not\xrightarrow{pNA} f \quad \text{ל"א כפונקציה}$$

עמדת סדרה מונטונית
עולה ממש עם מספרים אצ"א
(n_k - n - N י"א)

$$n_1 \exists x_1 \in X : R_{n_1}(x_1) \geq \epsilon$$

$$n_2 > n_1 \exists x_2 \in X : R_{n_2}(x_2) \geq \epsilon$$

מקבלים סדרה (x_n) עם נקודות א- X קבוע עם $R_{n_k}(x_{n_k}) \geq \epsilon$

$$\forall m \in \mathbb{N} \exists k > K \quad n_k \geq m \iff n_k \rightarrow \infty$$

$$\forall m \in \mathbb{N} \exists k > K \quad \epsilon \leq R_{n_k}(x_{n_k}) \leq R_m(x_{n_k}) \iff$$

קיימת תת-סדרה מונטונית (x_{k_r}) $x_r \rightarrow x_0$ של נקודות א- X

$$\forall m \in \mathbb{N} \exists K \forall r > K \quad R_m(x_{k_r}) \geq \epsilon$$

$$\forall m \in \mathbb{N} \quad R_m(x_0) \geq \epsilon$$

$$\times \text{!} \quad R_m(x_0) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0 \iff \textcircled{3}$$