

חשבון אינפיניטסימלי

מיכאל הוכמן
עם יונתן הראל, איתי וייס ואופק שילון

© 2006 כל הזכויות שמורות לאקדמון בע"מ, ת"ד 24130, ירושלים

אין להעתיק או להפיץ ספר זה או קטעים ממנו בשום צורה ובשום אמצעי אלקטרוני או מכני (לרבות צילום והקלטה) ללא אישור בכתב מהמוציא לאור

Printed in Israel

נדפס בישראל

תוכן העניינים

ix	הקדמה
1	1 מבוא
3	2 יסודות
3	2.1 סמונטיקה ותחביר
8	2.2 הוכחות
14	2.3 תורת הקבוצות
21	3 המספרים הממשיים
21	3.1 ההצגה האקסיומטית של המספרים הממשיים
24	3.2 הפעולות החשבוניות
29	3.3 תכונות הסדר
37	3.4 המספרים הטבעיים, השלמים והרציונליים
42	3.5 עקרון האינדוקציה ושימושיו
49	3.6 סכומים ומכפלות סופיים
57	3.7 ההצגה העשרונית של המספרים השלמים
61	4 תכונת השלמות של המספרים הממשיים
61	4.1 הפרדוקס של פיתגורס
63	4.2 אקסיומת החסם העליון
68	4.3 תכונת הארכימדיות וצפיפות המספרים רציונליים
71	4.4 חישוב של חסמים עליונים ותחתונים

75	המספר הממשי $\sqrt{2}$ והמספרים האירציונליים	4.5
77	פעולת החזקה	4.6
87	5 סדרות וגבולות	
87	מושג הסדרה	5.1
90	גבולות	5.2
98	חסימות, תכונות סדר ומשפט הסנדוויץ'	5.3
104	אריטמטיקה של סדרות וגבולות	5.4
116	גבולות במובן הרחב	5.5
121	סדרות מונוטוניות והלמה של קנטור	5.6
128	תת-סדרות וגבולות חלקיים	5.7
137	גבולות עליונים וגבולות תחתונים	5.8
144	תנאי קושי	5.9
147	חזקות עם מעריך ממשי	5.10
151	המספר e והחזקות e^x	5.11
155	קבוצות בנות מניה ועוצמת הממשיים	5.12
161	6 טורים	
161	טורים	6.1
166	תנאי קושי ותכונות בסיסיות	6.2
169	טורים חיוביים	6.3
177	טורים עם סימנים משתנים	6.4
185	הכנסת סוגריים ושינוי סדר איברים	6.5
196	מכפלת טורים	6.6
203	הצגת המספרים כשברים עשרוניים אינסופיים	6.7
209	מכפלות אינסופיות	6.8

213	7 פונקציות, גבולות ורציפות	7
213	7.1 מושג הפונקציה	
215	7.2 פונקציות ממשיות	
220	7.3 הפונקציות האלמנטריות, חלק א'	
227	7.4 הגבול של פונקציה בנקודה	
237	7.5 רציפות בנקודה	
243	7.6 אפיון היינה ותנאי קושי	
247	7.7 אי־שוויונות ואריתמטיקה של גבולות	
255	7.8 פעולת ההרכבה	
262	7.9 פונקציות רציפות בקטע סגור	
271	7.10 פונקציות מונוטוניות	
276	7.11 פונקציות הפוכות	
281	7.12 הפונקציות האלמנטריות, חלק ב'	
285	7.13 גבולות במובן הרחב וגבולות באינסוף	
290	7.14 רציפות במידה שווה	
297	8 הנגזרת	8
297	8.1 הנגזרת בנקודה	
305	8.2 פונקציות אפסיות והנגזרת כקירוב לינארי	
310	8.3 כללי תחשיב של נגזרות	
320	8.4 נגזרות הפונקציות האלמנטריות	
324	8.5 פונקציות גזירות בקטע	
336	8.6 חקירת פונקציות	
342	8.7 כלל לופיטל	
349	8.8 פונקציות קמורות	
358	8.9 שיטת ניוטון־רפסון למציאת שורשים של פונקציה	
363	8.10 מספרים אלגבריים ומספרים טרנסצנדנטיים	

369	9 האינטגרל
369	9.1 האינטגרל המסוים לפי דרבו
379	9.2 התנודה והפרמטר של חלוקה
385	9.3 משפחות של פונקציות אינטגרביליות
389	9.4 משפטי תחשיב
397	9.5 האינטגרל המסוים לפי רימן
402	9.6 המשפט היסודי
408	9.7 האינטגרל הלא מסוים
429	9.8 האינטגרל הלא אמתי
438	9.9 שימושים של האינטגרל
446	9.10 אינטגרציה נומרית
449	9.11 נוסחת סטירלינג
453	10 סדרות וטורי פונקציות
453	10.1 התכנסות נקודתית של פונקציות
459	10.2 התכנסות במידה שווה
467	10.3 גבולות במ"ש של פונקציות רציפות
471	10.4 אינטגרציה איבר-איבר
476	10.5 גזירה איבר-איבר
481	10.6 פונקציה רציפה שאינה גזירה באף נקודה
487	11 פולינומי טיילור-מקלורן וטורי חזקות
487	11.1 פולינומים
489	11.2 פולינומי טיילור-מקלורן
493	11.3 תכונות הקירוב של פולינום טיילור
499	11.4 הערכת השארית של פולינום טיילור בנקודה
505	11.5 טורי חזקות ונוסחת קושי-הדמר
510	11.6 רציפות, גזירה ואינטגרציה של טורי חזקות
516	11.7 טורי חזקות של הפונקציות האלמנטריות
522	11.8 משפט אָבֶל ושימושיו
526	11.9 פונקציות יוצרות וסדרות רקורסיה

529	ביבליוגרפיה
531	האלף-בית היווני
533	מפתח סימנים