# ***<u>לוח הזמנים ותקצירי ההרצאות לסדנא</u>***

| | יום א' (2.9) | יום ב' (3.9) | יום ג' (4.9) | יום ד' (5.9) | יום ה' (6.9) |
|---|---|---|---|---|---|
| 9:00—10:30 | | טמקין: מספרים p-אדיים ושימושם לאריתמטיקה (א') | טמקין: מספרים p-אדיים ושימושם לאריתמטיקה (ב') | גלנדר: פרדוקס האוסדורף בנך טרסקי (א') | טמקין: מספרים p-אדיים ושימושם לאריתמטיקה (ג') |
| 11:00--12:30 | | בן ארצי: כיצד גוזרים פונקציה לא רציפה (ב') | בן ארצי: כיצד גוזרים פונקציה לא רציפה (ג') | גלנדר: פרדוקס האוסדורף בנך טרסקי (ב') | גלנדר: פרדוקס האוסדורף בנך טרסקי (ג') |
| 12:30--14:00 | כניסה לחדרים מ-12:30 והתכנסות במכון למתמטיקה מ-14:00 | ארוחת צהריים | ארוחת צהריים | ארוחת צהריים | פיזור |
| 14:30--16:00 | בן ארצי: כיצד גוזרים פונקציה לא רציפה (א') | סדנה לפתרון בעיות (בהנחיית עמית דניאלי) | | הרצאות סטודנטים (בהנחיית יונתן ברויאר) | |
| 16:00--17:00 | | | הרצאת אורח- משה סלוחובסקי (החוג להיסטוריה): איך עושים היסטוריה | | |

# ***תקצירי ההרצאות***

## *מתניה בן ארצי: כיצד גוזרים פונקציה לא רציפה*

נניח כי $u(x)$ היא פונקציה גזירה ברציפות על הקטע $[0,1]$. נאמר כי ידועים לנו רק ערכי הפונקציה על מספר סופי של נקודות בקטע. כיצד נשתמש באינפורמציה זאת בצורה אופטימלית על מנת למצוא את ערכי הנגזרת באותן נקודות?

חיפוש התשובה לשאלה הזאת יביא אותנו למחוזות מעניינים של פונקציות פולינומיאליות למקוטעין, חקירת סכום רימן כקירוב לאינטגרציה, הערכות נורמות של מטריצות ועוד.

השאלה הבאה שנשאל היא : כיצד ניתן ליישב את העובדה שמערכות פיסיקליות נשלטות (מאז ניוטון) על ידי משוואות דיפרנציאליות (כלומר, פונקציות גזירות) עם העובדה שתהליכים פיסיקליים רבים מיוצגים על ידי פונקציות לא רציפות (למשל גלי הלם או פונקציית דלתא).

התשובה לשאלה השנייה קשורה מאוד לתשובה לשאלה הראשונה לעיל.

הרקע הנדרש הוא הכרת אלגברה ליניארית וחשבון אינפיניטסימלי של שנה ראשונה, ומעט היכרות עם נגזרות חלקיות.

## *צחיק גלנדר: פרדוקס האוסדורף בנך טרסקי*

שתי ההרצאות הראשונות יתמקדו בפרדוקס האוסדורף בנך טרסקי העוסק בשאלה הנ"ל:
האם ניתן לפרק כדור תלת ממדי למספר סופי של חלקים ולהרכיב מהם שני כדורים (מלאים) בעלי רדיוס זהה לרדיוס הכדור המקורי? תשובה חיובית לשאלה זו נוגדת את מושג הנפח, אם הנ"ל אכן מוגדר לכל קבוצה מרחבית.
כותרת ההרצאה רומזת לכך שהתשובה אכן חיובית (בהסתמך על אקסיומת הבחירה).

ההרצאה השלישית תעסוק בנושא אחר. מרחב מטרי נקרא הומוגני אם ניתן, בעזרת איזומטריות, להעביר כל נקודה לכל נקודה. למשל מעגל וכמו כן ספירה דו ממדית הם מרחבים הומוגניים. קל לראות כי מעגל ניתן לקירוב באמצעות מרחבים הומוגניים סופיים --- מצולעים משוכללים עם מספר רב של צלעות. לאחר שנסביר את המוסג "לקרב", נדון בשאלה האם ניתן לקרב את הספירה, ובאופן כללי אילו מרחבים מתקבלים כגבול של מרחבים הומוגניים סופיים.

*מיכאל טמקין: מספרים p-אדיים ושימושם לאריתמטיקה*

הדרך הסטנדרטית להשלים שדה מספרים רציונליים היא לשכנו בשדה מספרים ממשיים. בתחילת המאה העשרים התגלה שקיימות הרבה השלמות אחרות שנקראו שדות מספרים p-אדיים – אחד לכל ראשוני p. אף על פי שגיאומטריה ואנליזה p-אדיים לכאורה נראים מוזר, למשל 1/p גדול מכל מספר שלם וכל נקודה בתוך דיסק הינה מרכזו, שדות אלו מקודדים מידע אריתמטי רב. יתר על כן, גישה מודרנית לחקר השלמים משתמשת באובייקטים שמקשרים ביחד שדה ממשיים וכל השדות ה p-אדיים, ולפעמים, כאשר העקרון הלוקלי-גלובלי מתקיים, בעיה על השלמים שקולה לאותה בעיה מעל הממשיים ומעל כל ה p-אדיים.

במיניקורס זה נגדיר מספרים p-אדיים, נחקור תכונות בסיסיות שלהם ונשווה אותם לממשיים. אחרי זה נוכיח משפטים קצת יותר מתקדמים, כולל למת הנזל ומשפט אוסטרובסקי. לקראת הסוף נגע בשימושים אריתמטיים יותר עמוקים והעקרון הלוקלי-גלובלי, כולל משפט מינקובסקי-הסה.